**Exercice N°1 : 8 pts**

**Exercice N° 2 : 5 pts (1.5,1.5,2)**

1. Montrer**: ├─** ∀x (α (x) → β(x)) → (∃x α (x) → ∃x β(x))
2. Soient **(∃E**) et (**∃I**) les règles d’élimination et d’introduction pour le quantifieur existentiel **∃**

 

cond1 : x non libre dans β, ni dans les prémisses non éliminées au-dessus de β a part α(x)

On notera « ╟─ » la déduction dans le système {¬,∧,→,∃}avec ∀x α (x) =def ¬∃x ¬ α (x)

Montrer : a) ∀x α (x) ╟─ α(t) (t libre pour x dans α (x) )

b) ╟─ ∃x (α (x) → β) → (∀x α (x) → β) (x non libre dans β)

**Exercice N°3 : 7 pts ((0.5,1,1),(1.5,1.5,1.5))**

Soit L(¬,∧,→,∀) le langage de 1ère ordre avec égalité contenant :

- **a, b** deux symboles de constante

- **f, g** deux symboles de fonction monaire (arité 1)

- **P** un symbole de prédicat binaire (arité 2)

On définit pour L(¬,∧,→,∀) l'interprétation I de domaine D tel que

**D = {Samedi, Dimanche, lundi, Mardi, Mercredi, Jeudi, Vendredi}** suivante :

I(a) = Samedi, I(b) = Vendredi,

I(f) = « veille » et I(g)= « demain » Exemple : I(f)(Lundi) = Dimanche et I(g)(Lundi) = Mardi

I(P) = « est suivi par » Exemple : (Jeudi, Vendredi) ∈ I(P) et (Mardi, Samedi) ∉ I(P)

1. Traduire les phrases suivantes dans le langage précèdent :
2. La veille de Samedi est Vendredi
3. Ce n’est pas demain la veille
4. Si chaque jour est suivi par un autre jour alors demain n’est pas Vendredi
5. Etudier, pour l’interprétation I, la satisfiabilité et/ou la validité des formules suivantes :
6. ∀x ∀y (P(x, y) → g(x)=y ∧ f(y)=x)
7. ∀x P(f(x), x) → ¬∃x P(x, a)
8. ∀x ∃y P(y, x) → P(a, z)

**BON COURAGE**